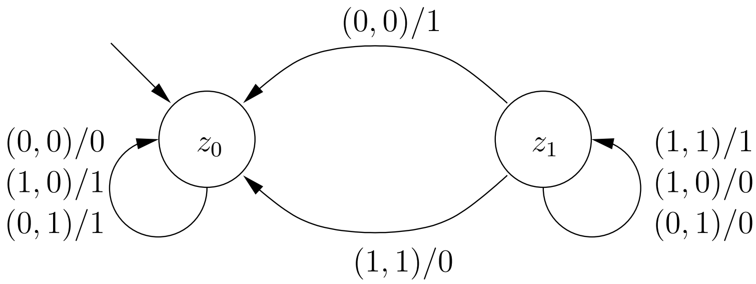
Endliche Automaten

- Menge von Zuständen, ein Startzustand
- Zuständsübergänge: Wechsle von Zustand q_i nach Zustand q_j bei Lesen von Zeichen $a \in \Sigma$
- Ausgabe: Schreibe Zeichen $b \in \Sigma$ bei
  - Betreten eines Zustandes (Moore–Automat)
  - Zustandsübergang (Mealy–Automat)
- Darstellung als gerichteter Graph:
  - Zustände als Knoten
  - Übergänge als Kanten; Ein– Ausgabe an Kante schreiben

Aufgabe: Gesucht ist ein Mealy– und ein Moore–Automat, die binäre Zahlen addieren. Die Eingabe besteht aus Tupeln (a, b), $a, b \in \{0, 1\}$ wobei a die Ziffer der ersten und b die Ziffer der zweiten Zahl sein soll.

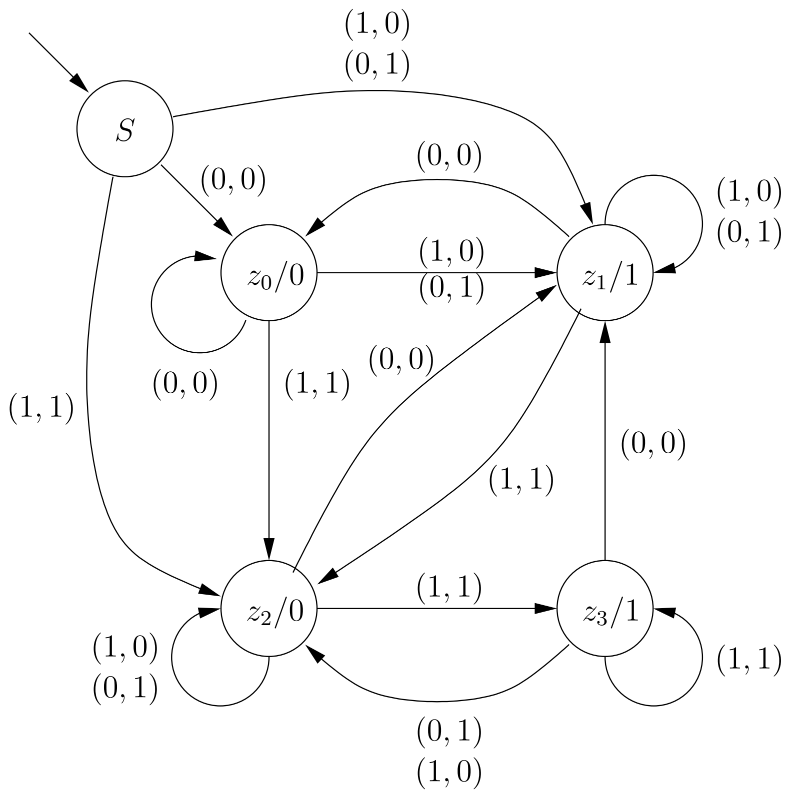
Mealy–Automat:



Der Automat befindet sich in Zustand z_0, wenn kein Übertrag zu berücksichtigen ist und in Zustand z_1, wenn bei der letzen Addition ein Übertrag nötig wurde.

Moore–Automat:

Zustände ohen Übertrag: z_0 und z_1
Zustände mit Übertrag: z_2 und z_3

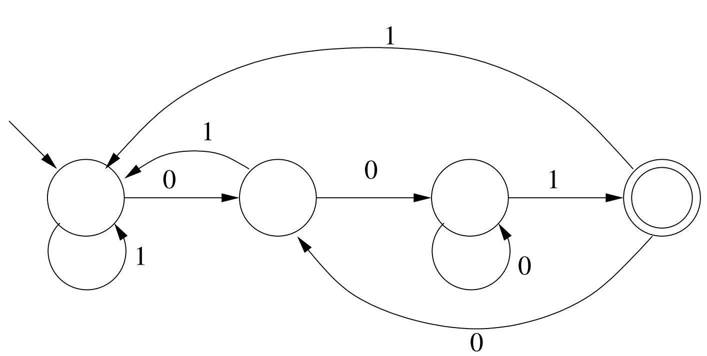


Akzeptor

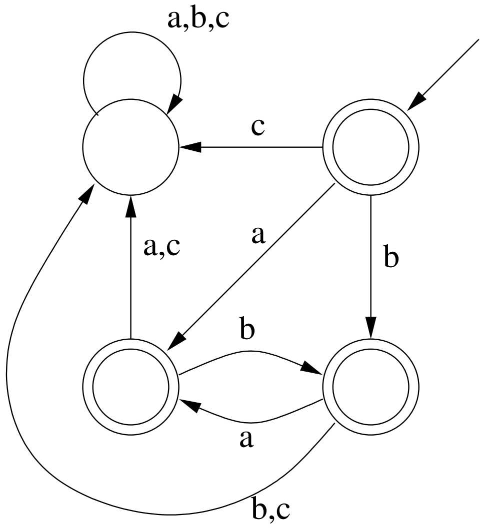
- Keine Ausgabe
- Zeichne Menge von *Endzuständen* aus
- Endet die Ausführung in einem Endzustand, so wird die Eingabe *akzeptiert*
- Menge der durch endliche Automaten beschreibbaren Sprachen sind gerade die regulären Sprachen.

Aufgabe: Konstruiere einen Akzeptor für die Sprache

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ endet auf } 001\} = (0+1)^*(001)$$



Aufgabe: Welche Sprache akzeptiert der folgende Automat?

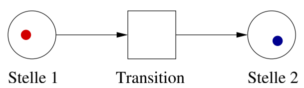
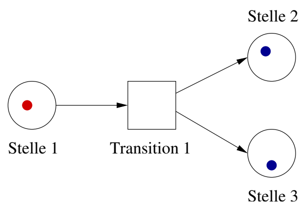
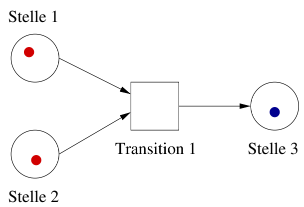
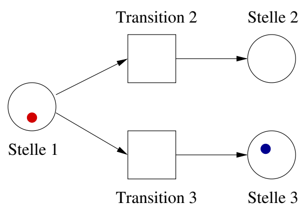


Offensichtlich führt das Lesen von c – egal an welcher Stelle – direkt in einen „Fehlerzustand“. Das gleiche gilt bei aufeinanderfolgendem Auftreten zweier as oder bs. Akzeptiert werden also gerade die Worte, bei denen sich die Buchstaben a und b abwechseln; dabei spielt es keine Rolle, ob mit einem a oder einem b gestartet wird. Auch das leere Wort wird akzeptiert, da der Startzustand gleichzeitig Endzustand ist:

$$L = (b + \epsilon)(ab)^*(a + \epsilon)$$

Petri–Netze

- Beschreibung von (parallelen) Abläufen und Prozessen unter Berücksichtigung von kausalen und temporalen Abhängigkeiten
- Bestehen aus
  - Zuständen (Stellen)
  - Aktionen (Transitionen)
  - Marken (Stellen können mit Marken besetzt sein)
- Darstellung als gerichteter, bipartiter Graph:
  - Nur Verbindungen zwischen Transitionen und Stellen
  - Stellen als Kreise
  - Transitionen als Rechtecke
  - Marken als Punkte in den Stellen
- Sind alle Vorgänger–Stellen einer Transition mit einer Marke besetzt, so *feuert* die Transition: Jede Vorgänger–Stelle gibt eine Marke ab, jede Nachfolger–Stelle erhät eine Marke.
- Folgende Konstruktionen sind möglich (rot: Markenverteilung vor dem Feuern, blau: Markenverteilung nach dem Feuern):

Abbildung	Beschreibung
	Einfache Transition. Sobald Stelle 1 mit Marke besetzt ist, kann die Transition feuern.
	Nebenläufige Transition. Sobald Stelle 1 mit Marke besetzt ist, kann die Transition feuern. Sowohl Stelle 2 als auch Stelle 3 erhalten dann eine Marke. Ausgangspunkt für nebenläufige Aktionen.
	Synchronisierte Transition. Damit die Transiton feuern kann muss sowohl Stelle 1 als auch Stelle 2 eine Marke enthalten. Stelle 3 erhält dann nur eine Marke. Ende von paralellen Aktionen.
	Konfliktstelle. Es feuert entweder Transition 2 oder Transition 3 (indeterministisch).

Aufgabe: Ein Ring aus einem Ringvorrat von 6 Stück kann zerstört werden, wenn es einen Frodo und einen Sam gibt, die ihn zusammen nach Mordor bringen. In Mordor angekommen, werden Sam und Frodo zusammen mit dem Ring zerstört.

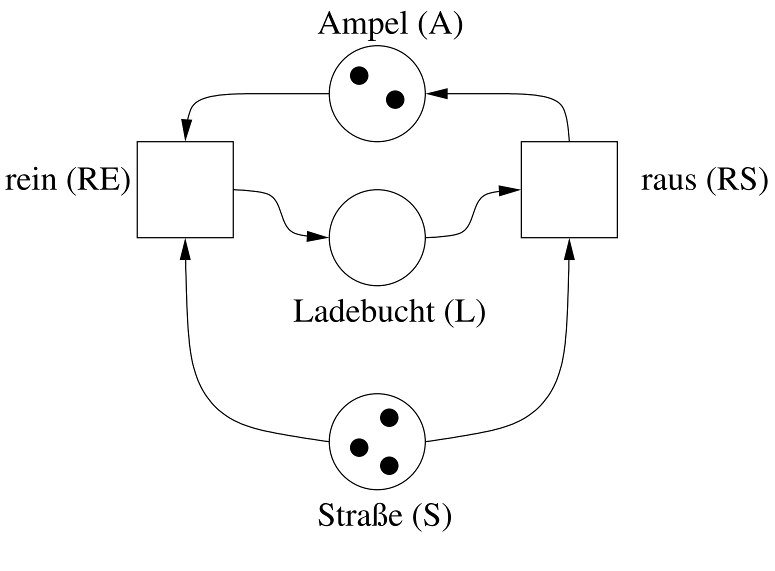
Das Auenland kann immer nur einen Frodo oder einen Sam gleichzeitig produzieren, aber insgesamt beide in beliebiger Menge.

Es dürfen höchstens zwei Sam–Frodo–Paare gleichzeitig auf dem Weg nach Mordor sein. (Lösung auf der nächsten Seite)

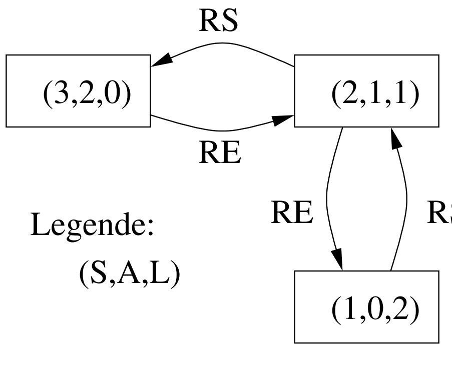
Markierungsgraph

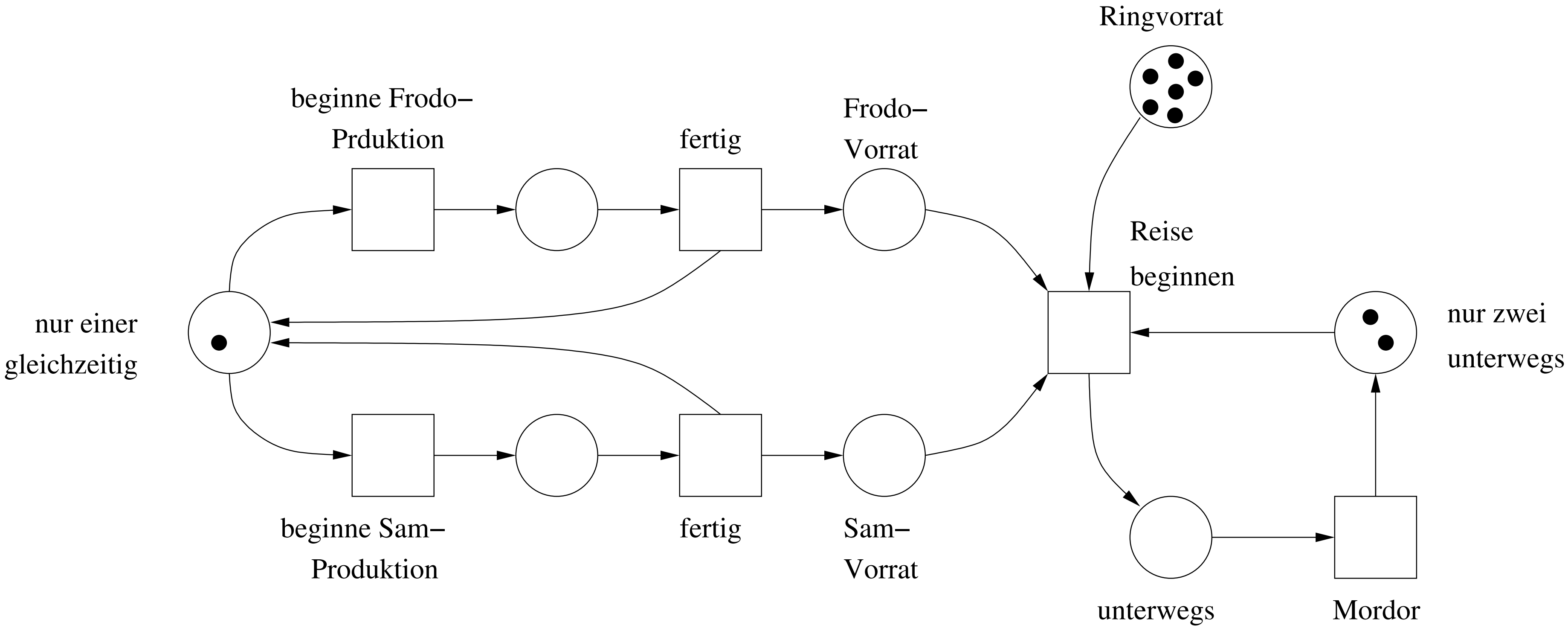
- Notiere Markenbelegung als n–Tupel (n ist Anzahl der Stellen) wobei die i–te Komponente die Anzahl der Marken in der i–ten Stelle darstellt.
- Darstellung als Graph:
  - Mögliche Tupel als Knoten
  - Transitionen als Kante zwischen den zwei entsprechenden Belegungen

Aufgabe: Eine Spedition unterhält 3 LKWs. Die Ladebucht der Firma kann aber immer nur zwei LKWs aufnehmen. Modelliere diesen Sachverhalt als Petri–Netz und gib den Markierungsgraphen an.



Markierungsgraph:





Lösung zu Herr der Ringe.